

۱

گزینه درست: null

سوال ۱

$$f(x) = 3x - 1$$

$$\begin{cases} f(-1) = 3(-1) - 1 = -4 \\ f(2a) = 3(2a) - 1 = 6a - 1 \\ f(0) = 3(0) - 1 = -1 \end{cases}$$

$$f(-1) = 2f(2a) - f(0) \Rightarrow -4 = 2(6a - 1) - (-1)$$

$$-4 = 12a - 2 + 1 \Rightarrow 12a = -3 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

۲

گزینه درست: null

سوال ۲

اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج‌های مرتب داده شده باشد، هنگامی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مولفه اول یکسان و مولفه دوم متفاوت وجود نداشته باشد.

$$\begin{cases} (1, 2) \in f \\ (1, a^2 - a) \in f \end{cases} \xrightarrow{f \text{ تابع است}} a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

به ازای $a = -1$ داریم:

$$f = \{(1, 2), (2, b), (-1, 3), (-1, 4)\}$$

که تابع نیست زیرا به ازای ورودی -1 ، دو تا خروجی داریم.

به ازای $a = 2$ داریم:

$$f = \{(1, 2), (2, b), (-1, 3), (1, 2), (2, 4)\}$$

به ازای ورودی 2 باید یک خروجی داشته باشیم پس: $b = 4$

$$f = \{(1, 2), (2, 4), (-1, 3)\}$$

$$2 + 4 + 3 = 9 : \text{مجموع اعضای برد } f \Rightarrow \{2, 4, 3\} = \text{برد تابع } f$$

۳

گزینه درست: null

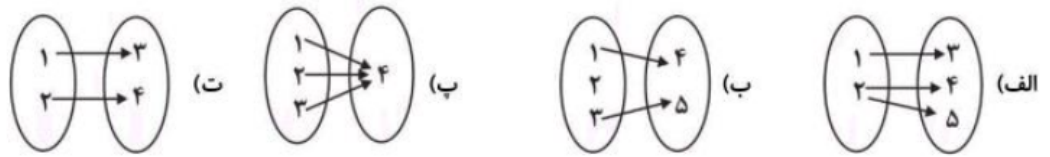
سوال ۳

$$\begin{cases} (2, 7) \\ (2, x + 4) \end{cases} \Rightarrow x + 4 = 7 \Rightarrow x = 3$$

$$(x + 1, y) \xrightarrow[\text{۳ باشد}]{\text{چون } x \text{ باید}} (x + 1, y) = (4, y)$$

$$\begin{cases} (4, y) \\ (4, 2) \end{cases} \Rightarrow y = 2$$

$$x + y = 3 + 2 = 5$$



سوال ۴

گزینه درست: null

شرط آن که نمودار پیکانی مربوط به یک تابع باشد، آن است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک فلش خارج شود: (الف) تابع نیست، زیرا از عدد ۲ دو فلش خارج شده است.

(ب) تابع نیست، زیرا از عدد ۲ فلش خارج نشده است.

(پ) تابع است، زیرا از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک فلش خارج شده است.

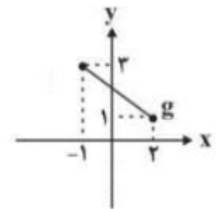
(ت) تابع است، زیرا از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک فلش خارج شده است.

[دانش‌آموز گرامی: توجه کنید که در تابع از مجموعه اول دقیقاً یک فلش باید خارج شود و اگر عضوی در مجموعه اول وجود داشت که از آن فلش خارج نشده باشد، رابطه تابع نیست.]

سوال ۵

گزینه درست: null

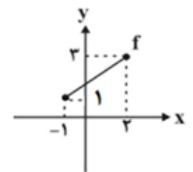
در دو حالت زیر توابع خطی f و g دارای دامنه $[-1, 2]$ و برد $[1, 3]$ می شوند.



$$m_g = \frac{1-3}{2-(-1)} = -\frac{2}{3}$$

معادله g : $y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 2)$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$



$$m_f = \frac{3-1}{2-(-1)} = \frac{2}{3}$$

معادله f : $y - 3 = \frac{2}{3}(x - 2)$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

۱

گزینه درست: null

سوال ۱

ابتدا باید محاسبه شود که گلوله حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود. در حداکثر ارتفاع، تندی گلوله صفر می‌شود. چنان‌چه سطح زمین را مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_f \Rightarrow U_1 + K_1 = U_f + K_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_{\max}$$

$$\Rightarrow h_{\max} = \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow h_{\max} = \frac{10^2}{2 \times 10} = 5 \text{ m}$$

بنابراین برای به دست آوردن تندی گلوله در نیمه راه ($h = 2/5 \text{ m}$) خواهیم داشت:

$$E_1 = E_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 10^2 = \frac{1}{2} \times v_f^2 + 10 \times 2/5 \Rightarrow v_f^2 = 50 \Rightarrow v_f = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲

گزینه درست: null

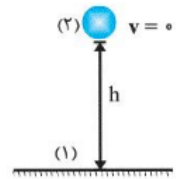
سوال ۲

در مرحله رفت با استفاده از قانون پایستگی انرژی و در نظر گرفتن زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$W_f = E_f - E_1 \Rightarrow E_f - E_1 = -fh$$

$$\Rightarrow (U_f + K_f) - (U_1 + K_1) = mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = -24h$$

$$\Rightarrow 40h - \frac{1}{2} \times 4 \times 1600 = -24h \Rightarrow h = 50 \text{ m}$$

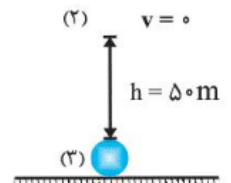


حال در مرحله برگشت داریم:

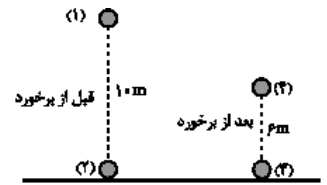
$$W_f = E_f - E_f \Rightarrow E_f - E_f = -fh$$

$$\Rightarrow (K_f + U_f) - (K_f + U_f) = \frac{1}{2}mv_f^2 - mgh = -fh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times v_f^2 - 4 \times 10 \times 50 = -24 \times 50 \Rightarrow 2v_f^2 = 100 \Rightarrow v_f = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



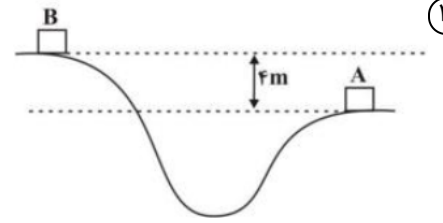
قبل از برخورد و بعد از برخورد انرژی مکانیکی جسم پایسته است.



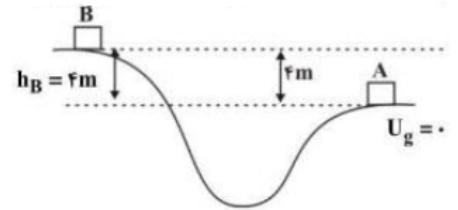
$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_2 \\ E_1 &= E_2 \\ E_1 - E_2 &= -0.2E_2 \Rightarrow E_2 = 0.8E_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_2 = 0.8E_1$$

$$\Rightarrow K_2 + U_2 = 0.8(K_1 + U_1) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = 0.8(0 + mgh_1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 + 10 \times 6 = 0.8 \times 10 \times 10 \Rightarrow v_2^2 = 40 \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{10} \frac{m}{s}$$



چون اتلاف انرژی داریم با توجه به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت: (دقت کنید سطح مبنای انرژی پتانسیل گرانشی را سطح افقی که از نقطه A عبور می‌کند در نظر می‌گیریم)



$$W_f = E_B - E_A$$

$$-\frac{K_A}{2} = (K_B + U_B) - (K_A + U_A) \xrightarrow{h_A=0 \rightarrow U_A=0}$$

$$-\frac{K_A}{2} = K_B + U_B - (K_A + 0) \Rightarrow$$

$$K_B + U_B = \frac{K_A}{2}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}mv_A^2\right) \xrightarrow{v_B = \frac{1}{2}v_A, h_B = 10m}$$

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}v_A\right)^2 + 10 \times 10 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}v_A^2$$

$$\frac{1}{2}v_A^2 - \frac{1}{16}v_A^2 = 40 \Rightarrow \frac{7}{16}v_A^2 = 40$$

$$\Rightarrow v_A^2 = \frac{640 \times 16}{7} \Rightarrow v_A = 12\sqrt{\frac{10}{7}} \frac{m}{s}$$

از قانون پایستگی انرژی به صورت رابطه‌ی $W_f = E_2 - E_1$ استفاده می‌کنیم که E_2 و E_1 به ترتیب انرژی مکانیکی گلوله در سطح زمین و ارتفاع ۱۰۰ متری است. بنابراین:

$$W_f = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\xrightarrow{U_2=0, K_1=0} W_f = K_2 - U_1$$

$$= \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_1 = \frac{1}{2} \times 0.01 \times 20^2 - 0.01 \times 10 \times 100$$

$$\Rightarrow W_f = -8 \text{ J}$$

بنابراین انرژی درونی گلوله و زمین ۸ J افزایش می‌یابد.

۱

سوال ۱ گزینه درست: null

نهاد فعل «ده»، «تو» است. در جمله‌ی «این فرزند اهل نخواهدشد» نیز «فرزند» هسته گروهی است که نقش دستوری نهاد دارد.

۲

سوال ۲ گزینه درست: null

املا‌ی صحیح کلمات عبارت‌اند از: «بر پای خاستن- مجروحان- به محض شکستن- زائران کربلا»

۳

سوال ۳ گزینه درست: null

گروه‌های مورد نظر و هسته آن‌ها: آفتاب فتح: آفتاب _ آسمان سینه‌ی مؤمنین: آسمان _ درخششی عجیب: درخشش(ی)

۴

سوال ۴ گزینه درست: null

کتاب «اسرار التوحید فی مقامات ابوسعید ابوالخیر» اثر محمد بن منور یکی از نوادگان ابوسعید ابوالخیر است.

۵

سوال ۵ گزینه درست: null

در بیت صورت سؤال، شاعر خود را به مگسی مانند کرده است که شوخ‌چشمی کرده است، ولی دشمن او را با ملامت‌های خود، که همچون مگس‌ران بوده است، آزرده است.

۶

سوال ۶ گزینه درست: null

توسن: اسب سرکش / مهیب: ترسناک، هول‌آور / فراق: دوری، جدایی / تقریظ: ستودن

۷

سوال ۷ گزینه درست: null

واژه‌هایی که در متن صورت سؤال نادرست نوشته شده است: «غنا»، «می‌گذاری»، «بوسه»، «مجاهدان»

۸

سوال ۸ گزینه درست: null

ملامت به تیری مانند شده است که به سینه شاعر اصابت می‌کند. البته می‌توان «کمان‌خانه‌ی ابرو» را نیز تشبیه «ابرو» به «کمان‌خانه» در نظر گرفت.

پاسخنامه تشریحی

- ۱

cradle

(۱) مادرم نوزاد را در داخل گهواره‌اش گذاشت تا بخوابد.

laboratory

(۲) همه دانش‌آموزان برای انجام بعضی از آزمایشات به آزمایشگاه رفتند.

famous

(۳) مشهورترین فوتبالیست ایران چه کسی است؟

inventor

(۴) آیا می‌دانید که مخترع تلفن چه کسی است؟ بله «بیل»

develop

(۵) شما باید بعضی از ورزش‌های خاص را انجام بدهید تا عضلات شما تقویت بشود.

belief

(۶) به باور من خواندن کتاب‌های خوب و متفاوت می‌تواند اطلاعات شما را افزایش بدهد.

۲ - ۱. inventor ۲. Prophet ۳. noise ۴. scientist

(۱) فردی که چیزی مانند یک وسیله را برای اولین بار می‌سازد، یک مخترع است.

(۲) پیامبر مقدس ما (ص) از مسلمان‌ها خواست که از گهواره تا گور دانش بجویند.

(۳) من نشنیدم شما چه گفتید، زیرا او داشت سروصدای زیادی تولید می‌کرد.

(۴) فردی که تحقیق انجام می‌دهد و حقایق را پیدا می‌کند یک دانشمند است.

۳ - ۱. inventions ۲. snowing / raining ۳. research ۴. laboratory

(۱) من معتقدم هواپیما یکی از بزرگ‌ترین اختراعات انسان است.

(۲) دیروز، ما واقعاً می‌خواستیم بیرون بازی کنیم، ولی متأسفانه باران / برف سنگینی می‌بارید.

(۳) پژوهش اخیر نشان می‌دهد که زبان انسان از چیزی که قبلاً فکر می‌کردیم بسیار قدیمی‌تر است.

(۴) یک اتاق یا ساختمان مخصوص که برای پژوهش‌های علمی، آزمایش‌ها و تست‌ها استفاده می‌شود، آزمایشگاه نامیده می‌شود.

۴ - ۱. weak ۲. studies ۳. found
۴. invention ۵. solving ۶. bulb